

خلاصه خواص متغیرهای تصادفی گسسته معروف

نام	تابع جرم احتمال	تکیه‌گاه	امید ریاضی	واریانس	تابع مولد گشتاور	مصدق	قید حداکثر آنروپی
<a href="#">یکنواخت</a> (گسسته)	$f(k) = \frac{1}{b-a+1}$	$a, a+1, \dots, b-1, b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a+1)^2-1}{12}$	$\frac{e^{at} - e^{(b+1)t}}{n(1-e^t)}$	پاسخ صحیح در یک سوال ۴ گزینه‌ای	$a \leq k \leq b$
<a href="#">برنولی</a>	$f(k) = p^k(1-p)^{1-k}$	$\{0, 1\}$	$p$	$p(1-p)(=pq)$	$q + pe^t$	تعداد شیرها در یک بار پرتاب سکه با احتمال شیر برابر با $p$	$E(k) = p$
<a href="#">دوجمله‌ای</a>	$f(k) = \binom{n}{k} p^k(1-p)^{n-k}$	$\{0, 1, 2, \dots, n\}$	$np$	$np(1-p)$	$(1-p + pe^t)^n$	تعداد شیرها در $n$ بار پرتاب یک سکه با احتمال رخداد شیر $p$	$E(x) = \mu, f \in n$ -generalized binomial distribution
<a href="#">هندسی</a>	$f(k) = (1-p)^{k-1} p$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$\frac{pe^t}{1-(1-p)e^t}$ برای $t < -\ln(1-p)$	تعداد پرتاب سکه‌های لازم تا آمدن اولین شیر (با احتمال شیر برابر با $p$ )	$E(k) = \frac{1}{p}$
پاسکال (دوجمله‌ای منفی)	$f(k) = \binom{k-1}{r-1} p^r(1-p)^{k-r}$	$\{r, r+1, r+2, \dots\}$	$\frac{r}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$	$\left(\frac{pe^t}{1-(1-p)e^t}\right)^r$ برای $t < -\ln(1-p)$	تعداد پرتاب‌های لازم تا حصول $r$ امین شیر با احتمال رخداد شیر $p$	
<a href="#">دوجمله‌ای منفی</a> (صورت دیگر)	$\binom{k+r-1}{k} \cdot (1-p)^r p^k$	$\{0, 1, 2, \dots\}$	$\frac{pr}{1-p}$	$\frac{pr}{(1-p)^2}$	$\left(\frac{1-p}{1-pe^t}\right)^r$ for $t < -\log p$	تعداد شیرها قبل از آن که $r$ خط ظاهر شود	
<a href="#">پوآسن</a>	$f(k) = \frac{\exp^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$	$\{0, 1, 2, \dots\}$	$\lambda$	$\lambda$	$\exp(\lambda(e^t - 1))$	تعداد الکترون‌های آزاد شده در خروجی فوتودکتور در طول بازه زمانی مشخص	$E(x) = \mu, f \in \infty$ -generalized binomial distribution

خلاصه خواص متغیرهای تصادفی پیوسته معروف

نام	تابع توزیع چگالی احتمال	تکیه‌گاه	امید ریاضی	واریانس	تابع مولد گشتاور	مصدق	قید حداکثر آنروپی
<a href="#">یکنواخت</a> (پیوسته)	<input type="text"/>	$[a, b]$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{1}{12}(b-a)^2$	$\begin{cases} \frac{e^{tb}-e^{ta}}{t(b-a)} & \text{for } t \neq 0 \\ 1 & \text{for } t = 0 \end{cases}$	فاز سیگنال دریافتی در مخابرات بیسیم	$a \leq x \leq b$

<u>بتا</u>	$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}$ $B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)}$	[0, 1]	$E[X] = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$	$\text{var}[X] = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$	$1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \prod_{r=0}^{k-1} \frac{\alpha + r}{\alpha + \beta + r} \right) \frac{t^k}{k!}$	توزیع $k$ امین کوچکترین عدد از بین $n$ عدد با توزیع یکنواخت روی بازه‌ی صفر تا یک	$E(\ln(x)) = \psi(\alpha) - \psi(\alpha + \beta)$ $E(\ln(1-x)) = \psi(\beta) - \psi(\alpha + \beta)$
<u>نمایی</u>	$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$	$[0, \infty)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda - t}, \text{ for } t < \lambda$	زمان لازم برای رخدادن یک رخداد بی حافظه	$E(x) = \frac{1}{\lambda}$
<u>ارلانگ</u>	$f(x) = \frac{\lambda^k}{(k-1)!} x^{k-1} \exp(-\lambda x)$	$[0, \infty)$	$\frac{k}{\lambda}$	$\frac{k}{\lambda^2}$	$(1 - \frac{t}{\lambda})^{-k}$ for $t < \lambda$	جمع $k$ متغیر تصادفی نمایی مستقل با میانگین برابر	$E(x) = k/\lambda, E(\ln(x)) = \psi(k) - \ln(\lambda)$
<u>گاما</u>	$f(x) = \frac{x^{k-1} \exp(-\frac{x}{\theta})}{\theta^k \Gamma(k)}$	$[0, \infty)$	$k\theta$	$k\theta^2$	$(1 - \theta t)^{-k}$ for $t < \frac{1}{\theta}$	تعمیم متغیر تصادفی ارلانگ با پارامتر $k$ پیوسته	$E(x) = k\theta, E(\ln(x)) = \psi(k) + \ln(\theta)$
توزیع نمایی دوپارامتری	$f(x) = \lambda \exp(-\lambda(x - \mu))$	$[\mu, \infty)$	$\mu + \frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{\lambda - t} \exp(\mu t), \text{ for } t < \lambda$	کل زمان لازم برای رخدادن یک رخداد بی حافظه که می‌دانیم تا زمان $\mu$ رخ نداده بوده	
<u>لاپلاس</u>	$f(x) = \frac{1}{2b} \exp\left(-\frac{ x - \mu }{b}\right)$	$(-\infty, \infty)$	$\mu$	$2b^2$	$\frac{\exp(\mu t)}{1 - b^2 t^2}$ for $ t  < 1/b$	متغیر تصادفی نمایی که در ۱ یا -۱ با احتمال مساوی ضرب شده (متغیر نمایی دوطرفه)	$E( x - \mu ) = b$
<u>ویبول</u>	$f(x) = \frac{k}{\lambda^k} x^{k-1} \exp\left(-\frac{x^k}{\lambda^k}\right)$	$[0, \infty)$	$\lambda \Gamma(1 + 1/k)$	$\lambda^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)^2 \right]$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n \lambda^n}{n!} \Gamma(1 + n/k), k \geq 1$	زمان خرابی یک دستگاه که نرخ خرابی آن با توان $k-1$ زمان افزایش می‌یابد	$E(x^k) = \lambda^k, E(\ln(x)) = \ln(\lambda) - \frac{\gamma E}{k}$
<u>پارتو</u>	$f(x) = \frac{\alpha x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}}$ برای $\alpha > 1$	$[x_m, \infty)$	$\frac{\alpha x_m}{\alpha - 1}$	$\frac{\alpha x_m^2}{(\alpha - 1)(\alpha - 2)}$	$\alpha(-x_m t)^\alpha \Gamma(-\alpha, -x_m t)$ for $t < 0$	توزیع ثروت در جامعه (تعداد کمی درصد زیادی از ثروت را در اختیار دارند)	$E(\ln(x)) = \frac{1}{\alpha} + \ln(x_m)$

<a href="#">نرمال (گوسی)</a>	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$(-\infty, \infty)$	$\mu$	$\sigma^2$	$\exp\left\{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\right\}$	میانگین تعداد زیادی متغیر تصادفی پیوسته i.i.d. نویز گرمائی	$E(x) = \mu, E((x-\mu)^2) = \sigma^2$
<a href="#">رایلی</a>	$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$	$[0, \infty)$	$\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	$\frac{4-\pi}{2}\sigma^2$	$1 + \sigma t e^{\sigma^2 t^2/2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\sigma t}{\sqrt{2}}\right) + 1\right)$	اندازه‌ی یک متغیر تصادفی گوسی مختلط با میانگین صفر (دامنه‌ی سیگنال دریافتی در کانال گوسی با میانگین صفر)	$E(x^2) = 2\sigma^2, E(\ln(x)) = \frac{\ln(2\sigma^2) - \gamma_E}{2}$
<a href="#">رایس</a>	$\frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x^2 + \nu^2)}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{x\nu}{\sigma^2}\right)$ <small><math>I_0</math>: the modified Bessel function of the first kind with order zero</small>	$[0, \infty)$	$\sigma\sqrt{\pi/2} L_{1/2}(-\nu^2/2\sigma^2)$ <small>(L: Laguerre polynomial)</small>	$2\sigma^2 + \nu^2 - \frac{\pi\sigma^2}{2} L_{1/2}^2\left(\frac{-\nu^2}{2\sigma^2}\right)$		اندازه‌ی یک متغیر تصادفی گوسی مختلط با میانگین غیر صفر (دامنه‌ی سیگنال دریافتی در کانال گوسی با میانگین غیر صفر)	
<a href="#">کی</a>	$f(x) = \frac{2}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k-1} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$	$[0, \infty)$	$\mu = \sqrt{2} \frac{\Gamma((k+1)/2)}{\Gamma(k/2)}$	$\sigma^2 = k - \mu^2$	$M(t) = M\left(\frac{k}{2}, \frac{1}{2}, \frac{t^2}{2}\right) + t\sqrt{2} \frac{\Gamma((k+1)/2)}{\Gamma(k/2)} M\left(\frac{k+1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{t^2}{2}\right)$ <small><math>M(a, b, z) = {}_1F_1(a; b; z)</math>: the confluent hypergeometric function of the first kind</small>	جذر جمع مربعات $k$ متغیر تصادفی نرمال	$E(x^2) = k, E(\ln(x)) = \frac{1}{2} \left[ \psi\left(\frac{k}{2}\right) + \ln(2) \right]$
<a href="#">کی-دو</a>	$f(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{k-1} \exp\left(-\frac{x}{2}\right)$	$[0, \infty)$	$k$	$2k$	$(1-2t)^{-k/2}$ for $t < 1/2$	جمع مربعات $k$ متغیر تصادفی نرمال	$E(x) = k, E(\ln(x)) = \psi\left(\frac{k}{2}\right) + \ln(2)$
<a href="#">ماکسول-بولتزمن</a>	$f(x) = \frac{1}{a^3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$	$[0, \infty)$	$\mu = 2a\sqrt{\frac{2}{\pi}}$	$\sigma^2 = \frac{a^2(3\pi-8)}{\pi}$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} at + 2(1+a^2t^2)e^{\frac{a^2t^2}{2}} \Phi(at)$ که $\Phi(t)$ تابع توزیع انباشتی توزیع نرمال استاندارد است	سرعت ذرات در گاز ایده‌آل (حالت خاص توزیع کی با $k=3$ )	$E(x^2) = 3a^2, E(\ln(x)) = 1 + \ln\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) - \frac{\gamma_E}{2}$
<a href="#">کوشی</a>	$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$	$(-\infty, \infty)$	تعریف نشده	تعریف نشده	وجود ندارد	تقسیم دو متغیر تصادفی با توزیع نرمال	$E(\ln(1+x^2)) = 2 \ln 2$

<a href="#">لگنرمال</a>	$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$[0, \infty)$	$e^{\mu + \sigma^2/2}$	$(e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$	تعریف نشده	متغیر تصادفی که لگاریتم آن توزیع نرمال داشته باشد، میانگین هندسی حاصل ضرب تعداد زیادی متغیر تصادفی i.i.d	$E(\ln(x)) = \mu, E((\ln(x) - \mu)^2) = \sigma^2$
<a href="#">فُن میسِس</a> (نرمال پیچیده)	$f(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \exp(\kappa \cos(\theta - \mu))$	$[0, 2\pi)$	$\mu$	$\text{var}(x) = 1 - I_1(\kappa)/I_0(\kappa)$		قسمت اصلی فاز سیگنالی که فاز واپیچیده‌ی نرمال داشته باشد	$E(\cos \theta) = \frac{I_1(\kappa)}{I_0(\kappa)} \cos \mu, E(\sin \theta) = \frac{I_1(\kappa)}{I_0(\kappa)} \sin \mu$
<a href="#">نرمال چندمتغیره</a>	$f_X(\vec{x}) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}(\vec{x} - \vec{\mu})^T \Sigma^{-1} \cdot (\vec{x} - \vec{\mu})\right)}{(2\pi)^{N/2}  \Sigma ^{1/2}}$	$(-\infty, \infty)$	$\vec{\mu}$	$\Sigma$	$\exp(\vec{\mu}^T \vec{t} + \frac{1}{2} \vec{t}^T \Sigma \vec{t})$	برداری از $N$ متغیر نرمال با وابستگی خطی	$E(\vec{x}) = \vec{\mu}, E((\vec{x} - \vec{\mu})(\vec{x} - \vec{\mu})^T) = \Sigma$